e) **Mathématiques II (sections C, D)**

I

a) Définir : fonction logarithme népérien .

b) Démontrer :

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0 \quad \text{et} \quad \lim_{x\to 0^+} x\ln x = 0 \ .$$

c) Démontrer :

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1 \ .$$

(2 + 10 + 2)

II

Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{2-x}{x}+2\ln x$ de courbe représentative C_f dans un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unité choisie : 1 cm.

a) Etude de f :

◊ indiquer l'ensemble de définition et de dérivabilité de f

◊ étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition, préciser également $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$, asymptotes éventuelles

◊ déterminer la fonction dérivée de f et étudier le sens de variation de f

◊ montrer que f admet un point d'inflexion dont on précisera les coordonnées

◊ représenter graphiquement la fonction f .

b) Calculer l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe C la droite d'équation $x=1$ et la droite d'équation $x=e$.

(12 + 4)

Tsvp.

III

a) Résoudre dans R l'équation suivante :

$$\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2=e^{-2x}$$

b) Résoudre dans R l'inéquation suivante :

$$\ln\sqrt{3-2x}+\ln 3-\ln(2x+1)\geq 0$$

c) On considère la fonction f définie, pour tout x réel, par :

$$f(x)=e^{2|x|}\ .$$

(1) Après avoir précisé la parité de f, étudier la dérivabilité de f en 0 .

(2) Calculer la valeur moyenne de f sur $[-\ln 2\,;0\,]$.

(4 + 6 + 5)

IV

a) Calculer les intégrales suivantes :

$$A=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1+\tan^2 x}{\tan x}dx$$

$$B=\int_0^{\pi}(\sin x-\cos x)^2\sin 2x dx$$, par linéarisation .

b) Soit la fonction $f:x\mapsto f(x)=(1-x)e^{x-1}$.

(1) Calculer $F(x)=\int_x^1 f(t)dt$ où x est un réel inférieur à 1 .

(2) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty}F(x)$.

(10 + 5)