

## Epreuve écrite

<b>Examen de fin d'études secondaires 2002</b>  <b>Section: C, D</b>  <b>Branche: mathématiques II</b>	<b>Nom et prénom du candidat:</b> ..... .....
--	---

- I.**
- 1) Énoncer et démontrer le théorème sur la dérivée de la fonction *Arc sinus* ( en admettant que cette fonction est dérivable).
  - 2) Calculer :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{Arc} \sin x}{1 - \cos x}$
  - 3)
    - a) En partant du graphe cartésien de la fonction *Arc sinus*, construire dans un repère orthonormé d'unité 2 cm, celui de la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow \frac{\pi}{2} - \operatorname{Arc} \sin(x - 1)$ .  
 Décrire les transformations utilisées.
    - b) Calculer en  $\text{cm}^2$  l'aire  $A$  de la partie du plan délimitée par les axes de coordonnées et la courbe  $G_f$ . (Indication: poser  $t = x - 1$  dans le calcul intégral)  
 (6 + 3 + 6 + 5 = 20 points)
- II.**
- 1) Soit  $a$  un réel strictement positif et distinct de 1.
    - a) Énoncer les propriétés du logarithme de base  $a$  d'un produit et d'un quotient.
    - b) Démontrer :  $\forall x \in \mathbb{R}_0^+, \forall y \in \mathbb{R}, \log_a x^y = y \log_a x$ .
  - 2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
    - a)  $\log_{0,5}(2x^2 - x - 1) \leq 1 - \log_2(2x + 4)$
    - b)  $\frac{e^x + 3}{e^{x+1} - e} = e^{x-1}$

(4 + 6 + 4 = 14 points)
- III.** Soit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow \frac{e^x}{\sqrt{e^x - 1}}$ .
- 1) Étudier  $f$  : domaine de définition et de continuité, limites et asymptotes, dérivée première, variations et extrema, représentation graphique dans un repère orthonormé.
  - 2) Calculer l'aire  $A$  de la partie du plan comprise entre l'axe des  $x$ , la courbe  $G_f$  et les droites d'équations  $x = \ln 2$  et  $x = 2$ .  

(10 + 2 = 12 points)
- IV.**
- 1) Calculer  $I = \int_{-1}^2 \frac{x}{\sqrt{2x+3}} dx$
  - 2) Soit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow 1 - \ln(x^2)$ .
    - a) Déterminer son domaine de définition et résoudre l'inéquation  $f(x) \geq 0$ .
    - b) Calculer l'aire  $A$  de la partie du plan comprise entre l'axe des  $x$ , la courbe  $G_f$  et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = e$ .  

(4 + 10 = 14 points)