**Epreuve écrite** -- 2002

| Examen de fin d'études secondaires 2002 | Nom et prénom du candidat |
| --- | --- |
| **Section:** C, D | |
| **Branche:** Mathématiques II | |

**I.** 1) On admet que la fonction Arc cos est dérivable sur $]-1,1[$.
Etablir l'expression de sa dérivée.

2) 1° Si $a \in R_0^+ - \{1\}$ et si $b \in R_0^+ - \{1\}$, démontrer que pour tout $x \in R_0^+$:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}.$$

Appliquer au cas particulier $b = e$.

2° Si $a \in R_0^+ - \{1\}$, établir l'expression de $(\log_a x)'$ pour tout $x \in R_0^+$.

3° Si $a \in R_0^+ - \{1\}$, établir l'expression de $(a^x)'$ pour tout $x \in R$.

3) Démontrer que si f est une fonction continue sur un intervalle I, si $x_0$ est un réel de I et si $y_0$ est un réel quelconque, alors il existe une et une seule primitive F de f sur I telle que $F(x_0) = y_0$.

4+(2+1+2)+3=12 points

**II.** Soit la fonction $f: R \to R: x \to f(x) = (x^2 - 3x + 1)e^x$.

1) étude de f:
a. domf b. limites et asymptotes c. racines d. signe

2) étude de f':
a. $dom_D f$ b. dérivée c. racines
d. signe de f' et tableau des variations (y inscrire les extrémas, les limites et les asymptotes)

3) graphique $G_f$ dans un repère orthonormé (unité de longueur 5mm)

4) aire de la partie du plan délimitée par $G_f$, l'axe des abscisses et les deux droites $x = -1$ et $x = 0$.

5+4+2+4=15 points

**III.** Soit la fonction $f: R \to R: x \to f(x) = \frac{1}{x \ln x}$.

1) étude de f:
a. domf b. limites et asymptotes c. racines d. signe

2) étude de f':
a. $dom_D f$ b. dérivée c. racines
d. signe de f' et tableau des variations (y inscrire les extrémas, les limites et les asymptotes)

3) graphique $G_f$ dans un repère orthonormé (unité de longueur 1cm)

4) 1° aire $A(\lambda)$ de la partie du plan délimitée par $G_f$, l'axe des abscisses et les deux droites $x = \lambda$ et $x = \frac{1}{e}$ avec $0 < \lambda < \frac{1}{e}$;

2° déterminer $\lambda$ pour que $A(\lambda) = 1$ unité d'aire.

5+4+2+4=15 points

**IV.** A. Soit la fonction $f: R \to R: x \to f(x) = \text{Arc}\sin(1-x)$ et $G_f$ son graphique dans un repère orthonormé.

1° Trouver dom f et $dom_D f$, puis calculer $f'(x)$ et $f''(x)$ et montrer que $G_f$ admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées.

2° Calculer $I = \int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)dx.$ $\begin{cases} \text{Suggestion: poser } t = 1 - x, \text{ puis} \\ \text{faire une intégration par parties} \end{cases}$

B. Soit la fonction $f: R \to R: x \to f(x) = x^{(x^2)}$ et $G_f$ son graphique dans un repère orthonormé.
Trouver domf et $dom_D f$, puis calculer $f'(x)$ et établir l'équation de la tangente $\Delta$ à $G_f$ au point d'abscisse 1.

C. Résoudre sur R l'inéquation $3^{2x} - 3^x - 6 < 0$.

(6+5)+3+4=18 points